

東邦大学 理学部 物理学科
2022年度 総合入試（専願制）課題

出願期間：2021年10月25日～11月4日

面接日：2021年11月20日

本入試の詳細につきましては、学生募集要項を必ずご確認ください。また、2022年度総合入試（併願制）の課題は、本稿とは異なりますのでご注意ください。

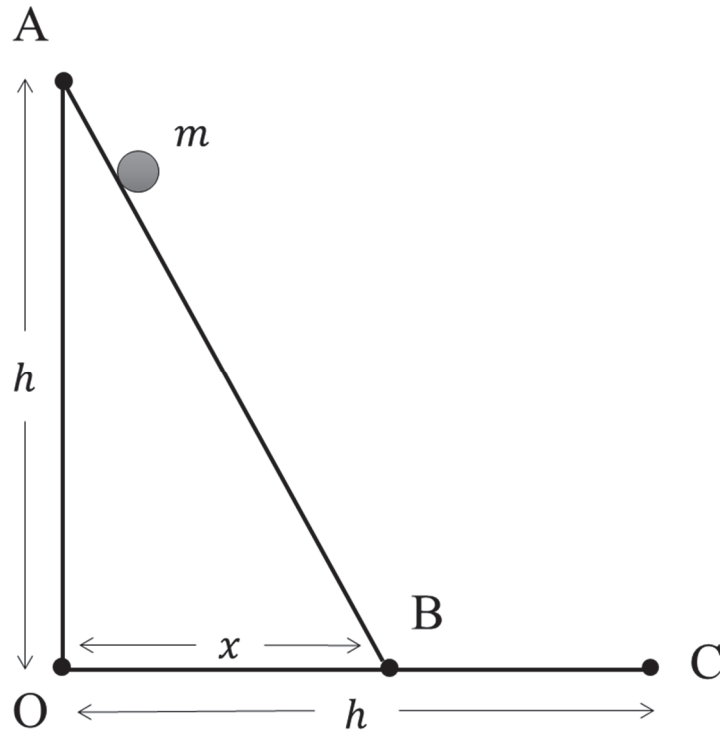
- 次頁以降に記された **1** および **2** の各問への解答をA4サイズの内紙（書式自由）にまとめたレポート（原本1部、コピー3部の計4部）を、面接当日に持参して提出してください。提出されたレポートを参考に面接を行います。
- 各問は、「数学II・数学B」の範囲までの数学、および「物理基礎・物理」の力学に関する基礎知識があれば、誘導にしたがって解くことができます。
- レポート作成の際は、教科書で調べたり、まわりの人と議論したりしても結構ですが、内容をしっかりと理解してまとめるように心がけてください。
- 大学では自ら学ぶ姿勢が大切になります。面接では、どのように考え、計算し、結論にいたったのか、その過程を自分の言葉で述べられるかどうかにも重視されます。

お問い合わせ先：東邦大学 習志野学事部 入試広報課

〒274-8510 千葉県船橋市三山2-2-1（電話047-472-0666）

1 最速の道すじ

一様な重力のもとで、2点間を最短時間で移動できる道すじについて考えましょう。



上の図はある斜面を鉛直に切った断面を示しています。質量 m [kg] の物体が、点 O の真上の点 A で静止した状態から斜面をすべり降り、点 B で向きを変えて水平面をすべった後、点 C に到達します。点 B 付近では斜面はなめらかに水平面と接続しており、物体は速さを変えることなく向きだけを変えて水平面に入ることができますとします。物体の大きさや摩擦力は無視できるとします。重力加速度の大きさを g [m/s²]、各点間の距離をそれぞれ $OA = OC = h$ [m]、 $OB = x$ [m] とします。

- 問1 物体が点 A から点 B に達するまでにかかる時間 t_1 [s]、および点 B から点 C に達するまでにかかる時間 t_2 [s] を、それぞれ求めてください。
- 問2 t_1 、 t_2 、およびそれらの和の概形を、 x の関数として1枚の図上に示してください。

問3 次の二つの式が成り立つことを示してください。

$$(a) \quad \left(x^{\frac{n}{m}}\right)' = \frac{n}{m} x^{\frac{n}{m}-1} \quad (m \text{ は正の整数、} n \text{ は整数})$$

$$(b) \quad \left(\sqrt{x^2+a}\right)' = \frac{x}{\sqrt{x^2+a}} \quad (a \text{ は実数})$$

ここで、二つの関数 $y = f(u)$ 、 $u = g(x)$ を用いて $y = f(g(x))$ と表される関数の微分が

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

を満たすこと、および $(x^n)' = nx^{n-1}$ (n は整数) を用いて結構です。

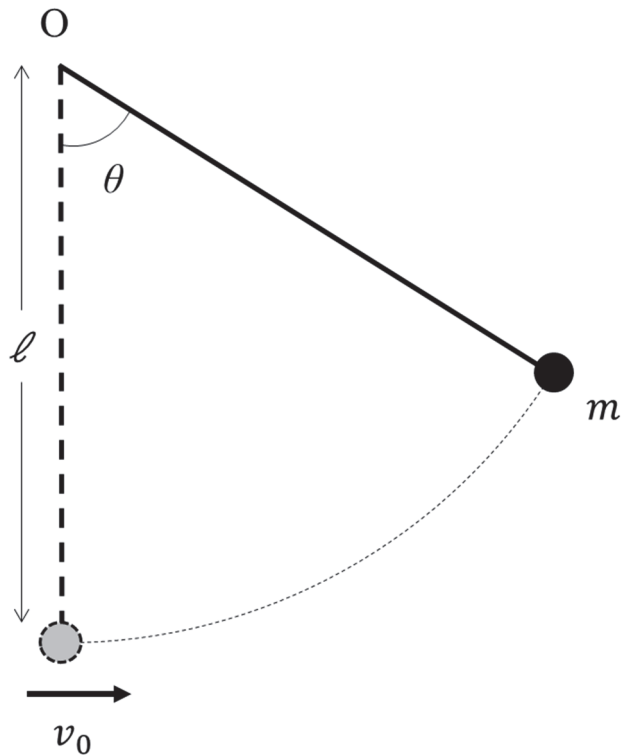
問4 物体が点Aから点Cに達するまでにかかる時間が最も短くなる x の値を求めてください。

※ 展望 (試験とは関係ありません)

点 A から点 C までの斜面がなめらかな曲線となる場合の道すじは、「最速降下曲線」と呼ばれ、大学初年度程度の物理を学ぶと求められるようになります。

2 振り子

振り子の運動には物理のエッセンスが多く含まれており、ガリレオ・ガリレイなどによって古くから研究されてきました。ここでは、以下のような設定で振り子の運動を考えましょう。



図のように、長さ l [m] の軽い糸の一端を点 O に固定し、もう片方の端に質量 m [kg] の小球をつけます。この小球を点 O の真下に吊り下げた状態で、水平方向に初速 v_0 [m/s] を与えます。点 O に対して小球の方向と鉛直下方向がなす角度を θ [rad] とし、反時計周りを角度や速度の「正の向き」ととります。また、重力加速度の大きさを g [m/s²] とします。

問1 糸がたるむことなく小球が角度 θ の地点を通過する瞬間に、糸の張力の大きさ T [N] が次のように表せることを示してください。

$$T = m \frac{v_0^2}{l} - mg(2 - 3 \cos \theta)$$

問2 糸がたるむことなく小球が角度 θ の地点を正の向きに通過するには、

(a) 小球の速度が 0 よりも大きいこと

(b) 張力の大きさが 0 よりも大きいこと

がいずれも必要です。(a)(b) それぞれが成り立つために、 $\frac{v_0^2}{gl}$ が満たすべき条件を求め、 θ との関係を図上に示してください。

問3 θ の大きさが十分に小さいとき、小球の初期位置からの変位 x [m]、速度 v [m/s]、加速度 a [m/s²] を、 v_0, l, g, t を用いてそれぞれ表してください。ここで、 t [s] は小球が初期位置を離れてからの経過時間とします。また、 θ を「ラジアン」の単位で表したときに、次の近似式が成り立つことを用いて結構です。

$$\begin{aligned}\sin \theta &\doteq \theta \\ \cos \theta &\doteq 1 - \frac{1}{2}\theta^2\end{aligned}$$

問4 θ が「度」の単位で 10° のとき、問3 で与えた二つの近似式それぞれの相対誤差を、有効数字 2 桁で求めてください。電卓等を用いて結構です。近似式の相対誤差は、次式で表されるとします。

$$\text{相対誤差} = \frac{\text{近似値} - \text{真の値}}{\text{真の値}} \times 100\%$$

※ 展望 (試験とは関係ありません)

問3 で用いた近似式は、大学初年度程度の数学を学ぶと証明できるようになります。また、問4 のような相対誤差の考え方は、実験データの解析などで広く用いられます。